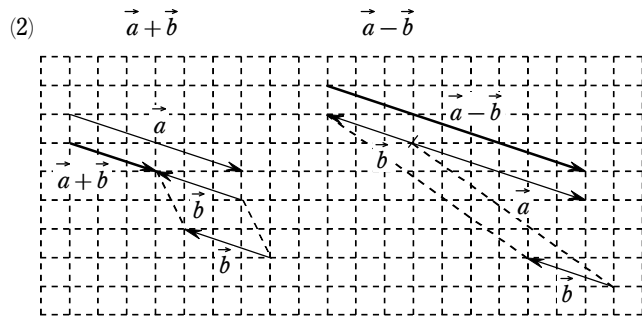
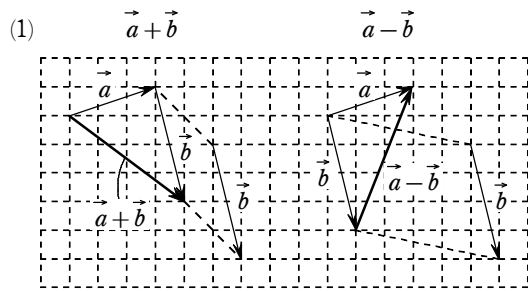


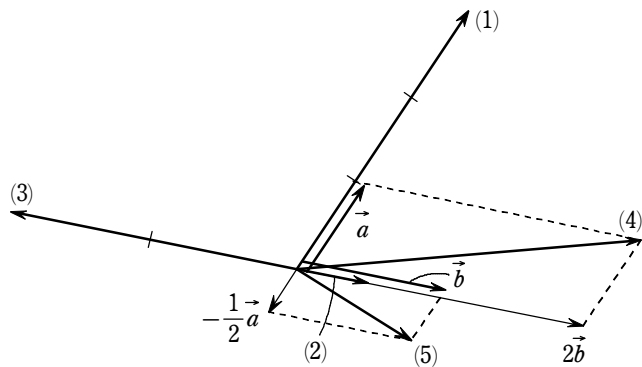
1

解説



2

解説



3

解説

(1) $\vec{a} - 3\vec{a} + 4\vec{a} = (1-3+4)\vec{a} = 2\vec{a}$
 (2) $\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{a} - 4\vec{b} = (1+3)\vec{a} + (2-4)\vec{b} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$
 (3) $(2\vec{a} - 3\vec{b}) - (3\vec{a} + 5\vec{b}) = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 3\vec{a} - 5\vec{b} = (2-3)\vec{a} + (-3-5)\vec{b} = -\vec{a} - 8\vec{b}$
 (4) $2(\vec{a} - 3\vec{b}) + 3(-\vec{a} + 2\vec{b}) = 2\vec{a} - 6\vec{b} - 3\vec{a} + 6\vec{b} = (2-3)\vec{a} + (-6+6)\vec{b} = -\vec{a}$
 (5) $\frac{1}{2}(3\vec{a} - \vec{b}) + \frac{3}{2}(2\vec{a} + \vec{b}) = \frac{3}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + 3\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} = (\frac{3}{2} + 3)\vec{a} + (-\frac{1}{2} + \frac{3}{2})\vec{b} = \frac{9}{2}\vec{a} + \vec{b}$
 (6) $\frac{1}{3}(-\vec{a} + 4\vec{b}) - \frac{1}{4}(5\vec{a} + 2\vec{b}) = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b} - \frac{5}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} = (-\frac{1}{3} - \frac{5}{4})\vec{a} + (\frac{4}{3} - \frac{1}{2})\vec{b} = -\frac{19}{12}\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$

注意 (5)は $\frac{9\vec{a} + 2\vec{b}}{2}$, (6)は $\frac{-19\vec{a} + 10\vec{b}}{12}$ と答えてもよい。

4

解説

\vec{a} と同じ向きで大きさが1のものは $\frac{1}{7}\vec{a}$
 \vec{a} と反対向きで大きさが1のものは $-\frac{1}{7}\vec{a}$

5

解説

(1) $\vec{a} + \vec{b} = (3, 4) + (-2, 3) = (3-2, 4+3) = (1, 7)$
 (2) $\vec{a} - \vec{b} = (3, 4) - (-2, 3) = (3-(-2), 4-3) = (5, 1)$
 (3) $-3\vec{a} = -3(3, 4) = (-3 \times 3, -3 \times 4) = (-9, -12)$
 (4) $-2\vec{a} + 4\vec{b} = -2(3, 4) + 4(-2, 3) = (-6, -8) + (-8, 12) = (-6-8, -8+12) = (-14, 4)$
 (5) $-3(-\vec{a} + 2\vec{b}) = 3\vec{a} - 6\vec{b} = 3(3, 4) - 6(-2, 3) = (9, 12) + (12, -18) = (9+12, 12-18) = (21, -6)$

6

解説

$s\vec{a} + t\vec{b} = s(-2, 3) + t(1, -2) = (-2s+t, 3s-2t)$
 (1) $\vec{c} = s\vec{a} + t\vec{b}$ とすると $(1, -4) = (-2s+t, 3s-2t)$
 よって $-2s+t=1, 3s-2t=-4$
 これを解いて $s=2, t=5$ したがって $\vec{c} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$
 (2) $\vec{d} = s\vec{a} + t\vec{b}$ とすると $(0, -1) = (-2s+t, 3s-2t)$
 よって $-2s+t=0, 3s-2t=-1$
 これを解いて $s=1, t=2$ したがって $\vec{d} = \vec{a} + 2\vec{b}$

7

解説

(1) \vec{a}, \vec{b} が平行になるための条件は、 $\vec{a} = k\vec{b}$ となる実数 k があることである。
 よって $(x, -20) = k(1, -4)$ ゆえに $(x, -20) = (k, -4k)$
 したがって $x=k$ ……①, $-20=-4k$ ……②
 ②から $k=5$ よって、①から $x=5$
 (2) \vec{a}, \vec{b} が平行になるための条件は、 $\vec{a} = k\vec{b}$ となる実数 k があることである。
 よって $(2, 1) = k(x^2-x, 3)$ ゆえに $(2, 1) = (k(x^2-x), 3k)$
 したがって $2 = k(x^2-x)$ ……①, $1 = 3k$ ……②
 ②から $k = \frac{1}{3}$ $k = \frac{1}{3}$ を①に代入すると $2 = \frac{1}{3}(x^2-x)$
 よって $x^2-x-6=0$ ゆえに $(x+2)(x-3)=0$
 したがって $x=-2, 3$

注意 (1), (2)とも、 $\vec{a} = k\vec{b}$ (k は実数)の代わりに $\vec{b} = k\vec{a}$ (k は実数)とおいてもよい。

別解 $\vec{0}$ でない2つのベクトル $\vec{a}=(a_1, a_2), \vec{b}=(b_1, b_2)$ について

$\vec{a} // \vec{b} \iff a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$
 が成り立つ。このことを用いて解くと
 (1) $x \times (-4) - (-20) \times 1 = 0$ から $x=5$
 (2) $2 \times 3 - 1 \times (x^2-x) = 0$ から $x^2-x-6=0$

よって、 $(x+2)(x-3)=0$ から $x=-2, 3$

8

解説

(1) $\vec{AB} = (3-1, 5-2) = (2, 3)$
 また $|\vec{AB}| = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$
 (2) $\vec{BA} = -\vec{AB} = (-2, -3)$
 また $|\vec{BA}| = |\vec{AB}| = \sqrt{13}$
 (3) $\vec{BC} = (5-3, -1-5) = (2, -6)$
 また $|\vec{BC}| = \sqrt{2^2+(-6)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
 (4) $\vec{CA} = (1-5, 2-(-1)) = (-4, 3)$
 また $|\vec{CA}| = \sqrt{(-4)^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$

9

解説

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = 2 \times 6 \times \cos 45^\circ = 2 \times 6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$
 (2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = \sqrt{3} \times 8 \times \cos 120^\circ = \sqrt{3} \times 8 \times (-\frac{1}{2}) = -4\sqrt{3}$

10

解説

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 5 + 3 \times (-2) = -1$
 (2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \times 3 + 2 \times (-5) = -13$
 (3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \times 4 + 2 \times (-6) = 0$
 よって $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = 0$
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ であるから $\theta = 90^\circ$
 (4) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1 \times 2 + 3 \times (-1) = -5$
 よって $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-5}{\sqrt{(-1)^2+3^2} \sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{-5}{5\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ であるから $\theta = 135^\circ$

11

解説

(1) $\vec{a} \perp \vec{b}$ になるための条件は $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ よって $(-2) \times x + 3 \times 6 = 0$
 これを解いて $x=9$
 (2) $\vec{a} \perp \vec{b}$ になるための条件は $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ よって $(-3) \times 6 + x^2 \times 2 = 0$
 ゆえに $x^2=9$ したがって $x = \pm 3$