

3-1 2次方程式の解き方①—平方根の考えを使った解き方—

1

解答 (1) $x = \pm 2$ (2) $x = \pm \sqrt{7}$ (3) $x = \pm 2\sqrt{2}$ (4) $x = \pm \frac{4}{3}$

解説

(2) $5x^2 = 35$ $x^2 = 7$ $x = \pm\sqrt{7}$	(3) $3x^2 - 24 = 0$ $3x^2 = 24$ $x^2 = 8$ $x = \pm\sqrt{8}$ $x = \pm 2\sqrt{2}$	(4) $9x^2 - 6 = 10$ $9x^2 = 10 + 6$ $9x^2 = 16$ $x^2 = \frac{16}{9}$ $x = \pm\frac{4}{3}$
---	---	---

2

解答 (1) $x = 7, 1$ (2) $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$ (3) $x = \pm \frac{\sqrt{21}}{3}$ (4) $x = \frac{1}{3}, -\frac{7}{3}$

解説

(1) $(x-4)^2 = 9$ $x-4 = \pm 3$ $x = 4 \pm 3$ $x = 7, 1$	(2) $3(x+3)^2 - 24 = 0$ $3(x+3)^2 = 24$ $(x+3)^2 = 8$ $x+3 = \pm\sqrt{8}$ $x = -3 \pm \sqrt{8}$ $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$
(3) $3x^2 + 1 = 8$ $3x^2 = 8 - 1$ $3x^2 = 7$ $x^2 = \frac{7}{3}$ $x = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$ $x = \pm\sqrt{\frac{7}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{3}}$ $x = \pm\frac{\sqrt{21}}{3}$	(4) $9(x+1)^2 = 16$ $(x+1)^2 = \frac{16}{9}$ $x+1 = \pm\frac{4}{3}$ $x = -1 \pm \frac{4}{3}$ $x = \frac{1}{3}, -\frac{7}{3}$

3

解答 (1) $x = -3 \pm \sqrt{10}$ (2) $x = 4 \pm 2\sqrt{6}$ (3) $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$

解説

(1) $x^2 + 6x = 1$ $x^2 + 6x + 9 = 1 + 9$ $(x+3)^2 = 10$ $x+3 = \pm\sqrt{10}$ $x = -3 \pm \sqrt{10}$	(2) $x^2 - 8x - 8 = 0$ $x^2 - 8x = 8$ $x^2 - 8x + 16 = 8 + 16$ $(x-4)^2 = 24$ $x-4 = \pm\sqrt{24}$ $x = 4 \pm \sqrt{24}$ $x = 4 \pm 2\sqrt{6}$	(3) $x^2 - 5x + 1 = 0$ $x^2 - 5x = -1$ $x^2 - 5x + \frac{25}{4} = -1 + \frac{25}{4}$ $(x - \frac{5}{2})^2 = \frac{21}{4}$ $x - \frac{5}{2} = \pm\frac{\sqrt{21}}{2}$ $x = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{21}}{2}$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$
--	--	--

3-2 2次方程式n解き方②—因数分解・解の公式—

1

解答 (1) $x = 0, 5$ (2) $x = -6, 2$ (3) $x = -1$ (4) $x = 0, \frac{2}{5}$ (5) $x = \frac{2}{3}$

解説

(1) $x^2 - 5x = 0$ $x(x-5) = 0$ $x = 0, 5$	(2) $x^2 + 4x - 12 = 0$ $(x+6)(x-2) = 0$ $x = -6, 2$	(3) $x^2 + 2x + 1 = 0$ $(x+1)^2 = 0$ $x = -1$
(4) $5x^2 - 2x = 0$ $x(5x-2) = 0$ $x = 0, \frac{2}{5}$	(5) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ $(3x-2)^2 = 0$ $x = \frac{2}{3}$	

2

解答 (1)② $x = -2 \pm \sqrt{3}$ (2)① $x = -1, -3$

解説

(1) $x^2 + 4x + 1 = 0$ $x^2 + 4x = -1$ $x^2 + 4x + 4 = -1 + 4$	(2) $x^2 + 4x + 3 = 0$ $(x+1)(x+3) = 0$ $x = -1, -3$
--	--

$$(x+2)^2 = 3$$

$$x+2 = \pm\sqrt{3}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{3}$$

3

解答 (1) $x = -5, 2$ (2) $x = -6, 1$ (3) $x = 1, -3$

解説

(1) $3x^2 + 9x - 30 = 0$ $x^2 + 3x - 10 = 0$ $(x+5)(x-2) = 0$ $x = -5, 2$	(2) $(x+1)(x+4) = 10$ $x^2 + 5x + 4 = 10$ $x^2 + 5x + 4 - 10 = 0$ $x^2 + 5x - 6 = 0$ $(x+6)(x-1) = 0$ $x = -6, 1$	(3) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0$ $x^2 + 2x - 3 = 0$ $(x-1)(x+3) = 0$ $x = 1, -3$
--	--	--

4

解答 (1) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$ (2) $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$ (3) $x = 3, \frac{1}{2}$

解説

(1) $x^2 + 5x + 2 = 0$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1}$ $= \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 8}}{2}$ $= \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$	(2) $3x^2 - 4x - 2 = 0$ $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3}$ $= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 24}}{6}$ $= \frac{4 \pm \sqrt{40}}{6}$ $= \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{6}$ $= \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$
(3) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$ $= \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4}$ $= \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4}$ $= \frac{7 \pm 5}{4}$ $= \frac{12}{4}, \frac{2}{4}$ $= 3, \frac{1}{2}$	

3-3 2次方程式の応用①

1

【解答】(1) $a=-2, b=-15$ (2) $a=-2, x=4$ (3) $a=5, -1$

【解説】

(1) $x^2+ax+b=0$ の解が-3, 5より、 $x=-3$ と $x=5$ を代入。

$$(-3)^2+a \times (-3)+b=0 \text{より } 9-3a+b=0$$

$$5^2+a \times 5+b=0 \text{より } 25+5a+b=0$$

よって、連立方程式 $\begin{cases} -3a+b=-9 & \dots \textcircled{1} \\ 5a+b=-25 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$ を解けばよい。

$$\begin{array}{r} \textcircled{2}-\textcircled{1} \\ 5a+b=-25 \\ -) -3a+b=-9 \\ \hline 8a = -16 \end{array}$$

$$a = -2$$

$$a = -2 \text{を}\textcircled{1}\text{に代入 } -3 \times (-2) + b = -9$$

$$6 + b = -9$$

$$b = -15$$

【別解】 $x^2+ax+b=0$ の解が-3, 5より、

$$(x+3)(x-5)=0 \text{と因数分解できる。}$$

$$x^2-2x-15=0$$

よって、 $a=-2, b=-15$

(2) $x^2+ax-8=0$ の1つの解が-2より、 $x=-2$ を代入。

$$(-2)^2+a \times (-2)-8=0$$

$$4-2a-8=0$$

$$-2a = -4+8$$

$$a = -2$$

よって、もとの式は $x^2-2x-8=0$ となる。

$$(x+2)(x-4)=0$$

$$x = -2, 4$$

したがって、もう1つの解は4

【別解】 $x^2+ax-8=0$ の1つの解が-2より

$$(x+2)(x \quad) = 0 \text{と因数分解できる。}$$

+2と \square の積が-8となればよいので、

$$(x+2)(x-4)=0 \text{と因数分解できる。}$$

よって、もう1つの解は4。

また、式を展開して $x^2-2x-8=0$ より、 $a=-2$

(3) $x^2-(a+3)x+a^2-9=0$ の1つの解が4より、 $x=4$ を代入。

$$4^2-(a+3)4+a^2-9=0$$

$$16-4a-12+a^2-9=0$$

$$a^2-4a-5=0$$

$$(a-5)(a+1)=0$$

$$a = 5, -1$$

2

【解答】(1)4, 9 (2)10, 11, 12

【解説】

(1)小さい数を x とすると、大きい数は $x+5$ と表される。

$$\text{方程式は、} x(x+5)=36$$

$$x^2+5x=36$$

$$x^2+5x-36=0$$

$$(x+9)(x-4)=0$$

$$x = -9, 4$$

x は正の数なので、 $x=4$

大きい数は、 $4+5=9$

(2)最小の数を x とすると、連続する3つの数は、 $x, x+1, x+2$ と表される。

$$\text{方程式は、} (x+2)^2+x^2=20(x+1)+24$$

$$x^2+4x+4+x^2=20x+20+24$$

$$2x^2+4x+4=20x+44$$

$$2x^2+4x-20x+4-44=0$$

$$2x^2-16x-40=0$$

$$x^2-8x-20=0$$

$$(x-10)(x+2)=0$$

$$x = 10, -2$$

x は自然数だから、 $x=10$

よって、連続する3つの自然数は、10, 11, 12

【別解】 真ん中の数を x とおと、連続する3つの数は、 $x-1, x, x+1$ と表される。

$$\text{方程式は、} (x+1)^2+(x-1)^2=20x+24$$

$$x^2+2x+1+x^2-2x+1=20x+24$$

$$2x^2+2=20x+24$$

$$2x^2-20x+2-24=0$$

$$2x^2-20x-22=0$$

$$x^2-10x-11=0$$

$$(x-11)(x+1)=0$$

$$x = 11, -1$$

x は自然数だから、 $x=11$

よって、連続する3つの自然数は、10, 11, 12

3

【解答】 10cm

【解説】

髪縦の長さを x cmとすると、横の長さは $(x+5)$ cmと表される。 $(x+5)$ cm

容積は、 $A \times B \times C$

$$A : x-3 \times 2 = x-6$$

$$B : x+5-3 \times 2 = x-1$$

C : 3

方程式は、 $(x-6)(x-1)3=108$

$$(x^2-7x+6)3=108$$

$$x^2-7x+6=36$$

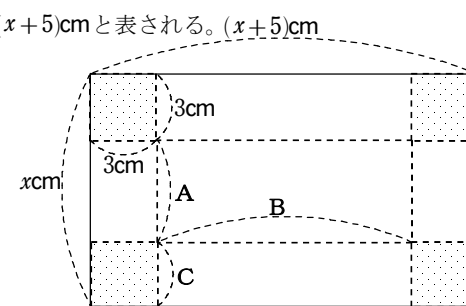
$$x^2-7x+6-36=0$$

$$x^2-7x-30=0$$

$$(x-10)(x+3)=0$$

$$x = 10, -3$$

$x > 6$ より、 $x=10$



3-4 2次方程式の応用②

1

【解答】(1)2秒後、10秒後 (2)12秒後

【解説】

(1) $h=60t-5t^2$ に $h=100$ を代入

$$100=60t-5t^2$$

$$5t^2-60t+100=0$$

$$t^2-12t+20=0$$

$$(t-2)(t-10)=0$$

$$t = 2, 10$$

$t > 0$ より、 $t=2, 10$

(2) $h=60t-5t^2$ に $h=0$ を代入

$$0=60t-5t^2$$

$$5t^2-60t=0$$

$$t^2-12t=0$$

$$t(t-12)=0$$

$$t = 0, 12$$

$t > 0$ より、 $t=12$

2

【解答】 $x=2$

【解説】

$$\text{定価 } 2000 \times \left(1 + \frac{x}{10}\right)$$

$$\text{売値 } 2000 \times \left(1 + \frac{x}{10}\right) \times \left(1 - \frac{x}{10}\right)$$

売値=原価+利益 の方程式をつくればよい。

$$2000 \times \left(1 + \frac{x}{10}\right) \times \left(1 - \frac{x}{10}\right) = 2000 - 80$$

$$2000 \times \left(1 - \frac{x^2}{100}\right) = 1920$$

$$2000 - 20x^2 = 1920$$

$$-20x^2 = 1920 - 2000$$

$$-20x^2 = -80$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$x > 0$ より、 $x=2$

3

【解答】(1) $a+3$ (2) $2a$ (3) $a=-5, 2$

【解説】

(1)点Pは $y=x+3$ 上にあるので、 $y=a+3$

(2) $a+a=2a$

$$(3)2a \times (a+3) \times \frac{1}{2} = 10$$

$$a(a+3)=10$$

$$a^2+3a=10$$

$$a^2+3a-10=0$$

$$(a+5)(a-2)=0$$

$$a = -5, 2$$

$a > 0$ より、 $a=2$

(1)より点Pのy座標は、 $a+3=2+3=5$

よって、点P(2, 5)

