

2-1 平方根

1

解答 (1)±5 (2)± $\frac{3}{7}$ (3)±0.3

解説

(1) $5^2=25$ 、 $-5^2=25$

(2) $(\frac{3}{7})^2=\frac{9}{49}$ 、 $(-\frac{3}{7})^2=\frac{9}{49}$

(3) $0.3^2=0.09$ 、 $(-0.3)^2=0.09$

2

解答 (1)± $\sqrt{7}$ (2)± $\sqrt{\frac{3}{5}}$ (3)± $\sqrt{0.6}$

解説

3

解答 (1)5 (2)-4 (3)2

解説

根号のルール① a が正の整数のとき $\sqrt{a^2}=a$ 、 $\sqrt{(-a)^2}=a$

(1) $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$

(2) $-\sqrt{16}=-\sqrt{4^2}=-4$

(3) $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$

4

解答 (1)7 (2)5 (3)-4

解説

根号のルール② a が正の整数のとき $(\sqrt{a})^2=a$ 、 $(-\sqrt{a})^2=a$

5

解答 (1)① $\sqrt{5}<\sqrt{7}$ ② $3>\sqrt{5}$ ③ $-3>-\sqrt{11}$ (2) $a=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

解説

(1)① $5<7$ より $\sqrt{5}<\sqrt{7}$

② $3=\sqrt{3^2}=\sqrt{9}$ $5<9$ より $\sqrt{5}<\sqrt{9}$ よって $3>\sqrt{5}$

③ $3=\sqrt{9}$ $9<11$ より $\sqrt{9}<\sqrt{11}$ $-\sqrt{9}>-\sqrt{11}$ よって $-3>-\sqrt{11}$

(2) $1=\sqrt{1}$ 、 $3=\sqrt{9}$ より $\sqrt{1}<\sqrt{a}<\sqrt{9}$

よって、 $a=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

6

解答 (1)2 (2)4

解説

(1) $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$ より $\sqrt{2^2}<\sqrt{6}<\sqrt{3^2}$ よって $2<\sqrt{6}<3$

したがって、 $\sqrt{6}=2.\dots$ よって整数部分は2

(2) $2.4^2=5.76$ 、 $2.5^2=6.25$ より

$5.76<6<6.25$ よって $2.4<\sqrt{6}<2.5$

したがって、 $\sqrt{6}=2.4\dots$ よって小数第1位は4

2-2 有理数と無理数

1

解答 ア、イ、ウ、オ、キ、ク

解説

有理数…分数で表すことができる数

無理数…分数で表すことができない数

イ、 $-\sqrt{4}=-\sqrt{2^2}=-2$

ウ、 $0.5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

ク、 $2.1=\frac{21}{10}$

2

解答 (1) $0.\dot{1}6$ (2) $0.8\dot{3}$ (3) $0.4\dot{3}2$

解説

(1) $\frac{1}{6}=0.1666\dots=0.1\dot{6}$

(2) $\frac{5}{6}=0.8333\dots=0.8\dot{3}$

(3) $\frac{16}{37}=0.432432\dots=0.4\dot{3}2$

3

解答 (1) $\frac{13}{99}$ (2) $\frac{41}{333}$ (3) $\frac{7}{45}$

解説

(1) $0.\dot{1}3=0.0\dot{1}\times 13=\frac{1}{99}\times 13=\frac{13}{99}$

別解 $x=0.\dot{1}3$ とおくと、 $x=0.1313\dots$

$100x=13.1313\dots$

$-) \quad x=0.1313\dots$

$99x=13$

$x=\frac{13}{99}$

(2) $0.\dot{1}2\dot{3}=0.0\dot{0}1\times 123=\frac{1}{999}\times 123=\frac{123}{999}=\frac{41}{333}$

別解 $x=0.\dot{1}2\dot{3}$ とおくと、 $x=0.123123\dots$

$1000x=123.123123\dots$

$-) \quad x=0.123123\dots$

$999x=123$

$x=\frac{123}{999}$

$=\frac{41}{333}$

(3) $x=0.1\dot{5}$ とすると、 $x=0.1555\dots$

$10x=1.555\dots$

$-) \quad x=0.1555\dots$

$9x=1.4$

$90x=14$

$x=\frac{14}{90}$

$=\frac{7}{45}$

2-3 平方根の乗法、除法

1

解答 (1) $\sqrt{15}$ (2)4 (3)2

解説

(1)(与式) $=\sqrt{5\times 3}=\sqrt{15}$

(2)(与式) $=\sqrt{8\times 2}=\sqrt{16}=4$

(3)(与式) $=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{20}{5}}=\sqrt{4}=2$

2

解答 (1) $\sqrt{20}$ (2) $\sqrt{18}$ (3) $\sqrt{2}$

解説

(1)(与式) $=\sqrt{2^2\times 5}=\sqrt{4\times 5}=\sqrt{20}$

(2)(与式) $=3\times\sqrt{2}=\sqrt{9}\times\sqrt{2}=\sqrt{18}$

(3)(与式) $=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}=\sqrt{\frac{18}{9}}=\sqrt{2}$

3

解答 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $6\sqrt{2}$

解説

(1)(与式) $=\sqrt{9}\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(2)(与式) $=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

(3)(与式) $=\sqrt{36}\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

4

解答 (1) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{3}$

解説

(1)(与式) $=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

(2)(与式) $=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

(3)(与式) $=\frac{6}{2\sqrt{3}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

5

解答 (1) $4\sqrt{10}$ (2) $6\sqrt{6}$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

解説

(1)(与式) $=2\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{10}$

(2)(与式) $=2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{6}$

別解 (与式) $=\sqrt{6} \times \sqrt{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{6}$

(3)(与式) $=2\sqrt{2} \div 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

別解 (与式) $=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

6

解答 (1)14.14 (2)141.4 (3)0.4472 (4)2.828

解説

(1)(与式) $=\sqrt{2} \times \sqrt{100} = \sqrt{2} \times 10 = 1.414 \times 10 = 14.14$

(2)(与式) $=\sqrt{2} \times \sqrt{10000} = \sqrt{2} \times 100 = 1.414 \times 100 = 141.4$

(3)(与式) $=\sqrt{\frac{20}{100}} = \frac{\sqrt{20}}{10} = \frac{4.472}{10} = 0.4472$

(4)(与式) $=2\sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2 \times 1.414 = 2.828$

特訓問題

1

解答 (1) $2\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) $2\sqrt{6}$ (4) $4\sqrt{2}$ (5) $3\sqrt{6}$ (6) $6\sqrt{2}$ (7) $6\sqrt{3}$

解説

(1) $\sqrt{8} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{18} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{24} = \sqrt{4} \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{32} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{54} = \sqrt{9} \times \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

(6) $\sqrt{72} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ 別解 $2 \begin{array}{r} 72 \\ 2) 72 \\ \hline 36 \\ 2) 36 \\ \hline 18 \\ 2) 18 \\ \hline 9 \\ 3) 9 \\ \hline 3 \end{array}$ $\sqrt{72} = 2 \times \sqrt{2} \times 3 = 6\sqrt{2}$

(7) $\sqrt{108} = \sqrt{36} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ 別解 $2 \begin{array}{r} 108 \\ 2) 108 \\ \hline 54 \\ 3) 54 \\ \hline 27 \\ 3) 27 \\ \hline 9 \\ 3) 9 \\ \hline 3 \end{array}$ $\sqrt{108} = 2 \times 3 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

2

解答 (1) $-15\sqrt{2}$ (2) $11\sqrt{6}$ (3) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (4) $-\frac{\sqrt{15}}{3}$ (5) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

解説

(1)(与式) $=3\sqrt{5} \times (-10) = 3\sqrt{5} \times (-\sqrt{5}) \times \sqrt{2} = -15\sqrt{2}$

別解 (与式) $=3\sqrt{5} \times (-\sqrt{10}) = -3\sqrt{50} = -3 \times 5\sqrt{2} = -15\sqrt{2}$

(2)(与式) $=\sqrt{11} \times \sqrt{2} \times \sqrt{11} \times \sqrt{3} = 11\sqrt{6}$

別解 (与式) $=\sqrt{726} = 11\sqrt{6}$

(3)(与式) $=-\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{24}} = -\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = -\frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$

別解 (与式) $=-4\sqrt{2} \div 2\sqrt{6} = -\frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(4)(与式) $=-\frac{10\sqrt{5}}{2\sqrt{75}} = -\frac{5}{\sqrt{15}} = -\frac{5 \times \sqrt{15}}{\sqrt{15} \times \sqrt{15}} = -\frac{5\sqrt{15}}{15} = -\frac{\sqrt{15}}{3}$

別解 (与式) $=10\sqrt{5} \div (-10\sqrt{3}) = -\frac{10\sqrt{5}}{10\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{15}}{3}$

(5)(与式) $=\frac{\sqrt{18} \times 1 \times \sqrt{21} \times 2\sqrt{2}}{\sqrt{7} \times 4\sqrt{6} \times 1 \times 1} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

2-4 平方根の加法、減法

1

解答 (1) $8\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{2}$ (4) $-2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$ (5) $-\sqrt{3}$

解説

(1)(与式) $=(3+5)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

(2)(与式) $=5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} = (5-3)\sqrt{2} + (1-4)\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

(3)(与式) $=3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (3-2)\sqrt{2} = \sqrt{2}$

(4)(与式) $=3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = (3-5)\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = -2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

(5)(与式) $=\frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} - 3\sqrt{3} = \frac{6\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (2-3)\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

2

解答 (1) $4\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$ (3) $\frac{\sqrt{15} - 3\sqrt{2}}{3}$ (4) $\frac{7\sqrt{6} - 4\sqrt{3}}{6}$

解説

(1)(与式) $=\sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} - \frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (6-2)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

(2)(与式) $=\sqrt{3}(2\sqrt{2} - \sqrt{6}) = 2\sqrt{6} - \sqrt{18} = 2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$

(3)(与式) $=\frac{(\sqrt{5} - \sqrt{6}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{18}}{3} = \frac{\sqrt{15} - 3\sqrt{2}}{3}$

(4)(与式) $=\frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{(2 - \sqrt{8}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{2\sqrt{3} - 2\sqrt{6}}{3} = \frac{3\sqrt{6}}{6} - \frac{4\sqrt{3} - 4\sqrt{6}}{6}$
 $= \frac{3\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{6}}{6} = \frac{(3+4)\sqrt{6} - 4\sqrt{3}}{6} = \frac{7\sqrt{6} - 4\sqrt{3}}{6}$

2-5 平方根の利用

1

解答 (1) $-5 + 2\sqrt{3}$ (2) $8 + 2\sqrt{15}$ (3)11

解説

(1)(与式) $=(\sqrt{3})^2 + (4-2)\sqrt{3} + 4 \times (-2) = 3 + 2\sqrt{3} - 8 = -5 + 2\sqrt{3}$

(2)(与式) $=(\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{15} + 3 = 8 + 2\sqrt{15}$

(3)(与式) $=(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2 = 18 - 7 = 11$

2

解答 (1)①1 ② $-8\sqrt{5}$ (2)①8 ② $7 + \sqrt{5}$

解説

(1)①(与式) $=x(x+4) = (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}-2+4) = (\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2) = (\sqrt{5})^2 - 2^2 = 5 - 4 = 1$

②(与式) $=(x+y)(x-y) = (\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2-(\sqrt{5}+2))$
 $=2\sqrt{5}(\sqrt{5}-2-\sqrt{5}-2) = 2\sqrt{5} \times (-4) = -8\sqrt{5}$

(2)①(与式) $=x^2 + 2xy + y^2 - 2xy = (x+y)^2 - 2xy$

$=(\sqrt{5}+1)^2 - 2(\sqrt{5}-1) = 5 + 2\sqrt{5} + 1 - 2\sqrt{5} + 2 = 8$

②(与式) $=x^2 + 2xy + y^2 - xy = (x+y)^2 - xy$

$=(\sqrt{5}+1)^2 - (\sqrt{5}-1) = 5 + 2\sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} + 1 = 7 + \sqrt{5}$

3

解答 (1) $n=6$ (2)8

解説

(1) $\sqrt{24n} = \sqrt{24} \times \sqrt{n} = 2\sqrt{6} \times \sqrt{n}$

よって、 $\sqrt{24n}$ が自然数になるためには、 $n=6$ であればよい。

(2) $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ より $2 < \sqrt{5} < 3$ よって、 $\sqrt{5}=2 \dots$

つまり $a=2$ 、したがって $b=\sqrt{5}-2$

$\sqrt{20}a - 4b = \sqrt{20} \times 2 - 4(\sqrt{5}-2)$

$= 2\sqrt{5} \times 2 - 4\sqrt{5} + 8$

$= 4\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 8$

$= 8$