

1-1 多項式の計算

1

解答 (1) $6x^2+10xy$ (2) $15x^2-6xy$ (3) $2x-3y$ (4) $6x-4y$

解説

(1)(与式) $=2x \times 3x + 2x \times 5y = 6x^2 + 10xy$

(2)(与式) $=10x \times \frac{3}{2}x - 4y \times \frac{3}{2}x = 15x^2 - 6xy$

(3)(与式) $=\frac{4x^2}{2x} - \frac{6xy}{2x} = 2x - 3y$

(4)(与式) $=(9x^2-6xy) \times \frac{2}{3x} = 9x^2 \times \frac{2}{3x} - 6xy \times \frac{2}{3x} = 6x - 4y$

2

解答 (1) $ac+ad-bc-bd$ (2) $3x^2-23x+14$ (3) $3x^2+xy+6x-2y^2+6y$

解説

(1)(与式) $=a \times c + a \times d - b \times c - b \times d = ac + ad - bc - bd$

(2)(与式) $=3x^2 - 21x - 2x + 14 = 3x^2 - 23x + 14$

(3)(与式) $=3x^2 - 2xy + 6x - 3xy - 2y^2 + 6y = 3x^2 + xy + 6x - 2y^2 + 6y$

1-2 乗法公式

1

解答 (1) x^2+6x+8 (2) $x^2-2x-15$ (3) $x^2-4xy-12y^2$

解説

(1)(与式) $=x^2 + (2+4)x + 2 \times 4 = x^2 + 6x + 8$

(2)(与式) $=x^2 + (-5+3)x + (-5 \times 3) = x^2 - 2x - 15$

(3)(与式) $=x^2 + (2y-6y)x + (2y \times (-6y)) = x^2 - 4xy - 12y^2$

2

解答 (1) x^2+6x+9 (2) $x^2-4xy+4y^2$ (3) $9x^2+12xy+4y^2$

解説

(1)(与式) $=x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

(2)(与式) $=x^2 - 2 \times x \times 2y + (2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$

(3)(与式) $=(3x)^2 + 2 \times 3x \times 2y + (2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

3

解答 (1) x^2-4 (2) x^2-9y^2 (3) $16a^2-4b^2$

解説

(1)(与式) $=x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

(2)(与式) $=x^2 - (3y)^2 = x^2 - 9y^2$

(3)(与式) $=(4a)^2 - (2b)^2 = 16a^2 - 4b^2$

4

解答 (1) $x^2+6xy+9y^2$ (2) a^2-9b^2 (3) $x^2-2x-15$

解説

(1)(与式) $=(-x)^2 - 2 \times (-x) \times 3y + (3y)^2 = x^2 + 6xy + 9y^2$

(2)(与式) $=(a)^2 - (3b)^2 = a^2 - 9b^2$

(3)(与式) $=(x+3)(x-5) = x^2 + (3-5)x + 3 \times (-5) = x^2 - 2x - 15$

1-3 いろいろな式の展開

1

解答 (1) $-x^2-4x+9$ (2) $2x^2-4x-21$ (3) $x^2+16x+23$

解説

(1)(与式) $=x^2 + 6x + 9 - 2x^2 - 10x = -x^2 - 4x + 9$

(2)(与式) $=x^2 - 9 + x^2 - 4x - 12 = 2x^2 - 4x - 21$

(3)(与式) $=2(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 4x - 5) = 2x^2 + 12x + 18 - x^2 + 4x + 5 = x^2 + 16x + 23$

2

解答 (1) $x^2+2xy+y^2+7x+7y+12$ (2) $x^2+4x+4-9y^2$ (3) $a^2-b^2+2bc-c^2$

解説

(1) $x+y=A$ とおくと

(与式) $=(A+3)(A+4) = A^2 + 7A + 12$
 $=(x+y)^2 + 7(x+y) + 12 = x^2 + 2xy + y^2 + 7x + 7y + 12$

(2)(与式) $=(x+2-3y)(x+2+3y)$ $x+2=A$ とおくと

$=(A-3y)(A+3y) = A^2 - 9y^2$
 $=(x+2)^2 - 9y^2 = x^2 + 4x + 4 - 9y^2$

(3)(与式) $=(a+b-c)(a-(b-c))$ $b-c=A$ とおくと

$=(a+A)(a-A) = a^2 - A^2$

$=a^2 - (b-c)^2 = a^2 - (b^2 - 2bc + c^2) = a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

1-4 因数分解①

1

解答 (1)① $2^2 \times 3$ ② $2^2 \times 3 \times 5$ ③ $2 \times 3^2 \times 5$ (2)14をかけると、28の平方になる

解説

(1)①2) $\frac{12}{3} = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

2) $\frac{6}{3} = 2$

②2) $\frac{60}{5} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$

2) $\frac{30}{5} = 6$

3) $\frac{15}{5} = 3$

③5) $\frac{90}{3} = 5 \times 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2 \times 5$

2) $\frac{18}{3} = 6$

3) $\frac{9}{3} = 3$

(2)2) $\frac{56}{7} = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 2^3 \times 7 = 2^2 \times 2 \times 7$

2) $\frac{28}{7} = 4$

2) $\frac{14}{7} = 2$

ある自然数の平方にするためには、2と7をかければよい。

つまり14。

またその結果できた数は、 $2^2 \times 2^2 \times 7^2 = (2 \times 2 \times 7)^2 = 28^2$

よって、14をかけると、28の平方になる。

2

解答 (1) $a(3-b)$ (2) $2x(x-2y+4y^2)$

解説

(1)(与式) $=3 \times a - a \times b = a(3-b)$

(2)(与式) $=2 \times x \times x - 2 \times 2 \times x \times y + 2 \times 4 \times x \times y \times y = 2x(x-2y+4y^2)$

3

解答 (1) $(x+2)(x+3)$ (2) $(x-3)(x-5)$ (3) $(x-6)(x+5)$

解説

乗法公式①の逆 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

(1)積が+6、和が+5になる組み合わせ

(2)積が+15、和が-8になる組み合わせ

(3)積が-30、和が-1になる組み合わせ

1-5 因数分解②

1

解答 (1) $(x+3)^2$ (2) $(x-2)^2$ (3) $(3x+2y)^2$

解説

乗法公式②の逆 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

2

解答 (1) $(x+5)(x-5)$ (2) $(2x+3y)(2x-3y)$ (3) $(\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y)(\frac{1}{4}x - \frac{1}{6}y)$

解説

乗法公式③の逆 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

(1)(与式) $=x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$

(2)(与式) $=(2x)^2 - (3y)^2 = (2x+3y)(2x-3y)$

(3)(与式) $=(\frac{1}{4}x)^2 - (\frac{1}{6}y)^2 = (\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y)(\frac{1}{4}x - \frac{1}{6}y)$

3

解答 (1) $(x+3)(x-3)$ 、② (2) $(x+3)^2$ 、③ (3) $x(x+10)$ 、① (4) $(x+2)(x+3)$ 、④

解説

因数分解の手順

①共通因数がある場合は、共通因数でくくる

②項が2つなら、乗法公式③の逆 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

③項が3つあれば、乗法公式②の逆 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ を考える

④③に形にならなければ、乗法公式①の逆 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

4

解答 (1) $2(x+1)(x+5)$ (2) $3a(x+2)^2$

解説

(1)与式 $=2(x^2+6x+5)=2(x+1)(x+5)$

(2)与式 $=3a(x^2+4x+4)=3a(x+2)^2$

5

解答 (1) $(x+1)(x+4)$ (2) $(x-1)^2$

解説

(1)与式 $=x^2+6x+9-x-5=x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$

(2)与式 $=x^2+6x+8-8x-7=x^2-2x+1=(x-1)^2$

1-6 式の計算の利用

1

解答 (1)100 (2)3591 (3)1521

解説

(1)与式 $= (26+24)(26-24) = 50 \times 2 = 100$

(2)与式 $= (60+3)(60-3) = 60^2 - 3^2 = 3600 - 9 = 3591$

(3)与式 $= (40-1)^2 = 40^2 - 2 \times 40 \times 1 + 1^2 = 1600 - 80 + 1 = 1521$

2

解答 (1)-4 (2)400 (3)5 (4)7

解説

(1)与式 $= -\frac{6a^2}{3a} + \frac{3ab}{3a} = -2a + b$
 $= -2 \times 3 + 2 = -6 + 2 = -4$

(2)与式 $= (x+3)^3$
 $= (17+3)^2 = 20^2 = 400$

(3)与式 $= x^2 + 2xy + y^2 - 2xy$
 $= (x+y)^2 - 2xy$
 $= 3^2 - 2 \times 2 = 9 - 4 = 5$

別解 $x+y=3$ の両辺を2乗すると、 $(x+y)^2=9$
 $x^2+2xy+y^2=9$
 ここで、 $xy=2$ を代入 $x^2+2 \times 2 + y^2=9$
 $x^2+4+y^2=9$
 $x^2+y^2=5$

(4)与式 $= x^2 - 2xy + y^2 + 3xy$
 $= (x-y)^2 + 3xy$
 $= 4^2 + 3 \times (-3) = 16 - 9 = 7$

別解 $x-y=4$ の両辺を二乗すると、 $(x-y)^2=16$
 $x^2-2xy+y^2=16$
 ここで、 $xy=-3$ を代入 $x^2-2 \times (-3) + y^2=16$
 $x^2+6+y^2=16$
 $x^2+y^2=10$

$x^2+y^2=10$ と $xy=-3$ を与式に代入
 与式 $= x^2+y^2+xy$
 $= 10 + (-3) = 7$

3

証明 (1) n を整数とすると、奇数は $2n+1$ と表される。

奇数の平方から1をひいた数は、 $(2n+1)^2-1=4n^2+4n+1-1$
 $= 4n^2+4n$
 $= 4(n^2+n)$

n^2+n は整数だから、 $4(n^2+n)$ は4の倍数である。

別解 奇数を $2n-1$ と表してもよい。

そうすると、奇数の平方から1をひいた数は、
 $(2n-1)^2-1=4n^2-4n+1-1$
 $= 4n^2-4n$
 $= 4(n^2-n)$

n^2-n は整数だから、 $4(n^2-n)$ は4の倍数である。

(2) $S = \bigcirc - \bigcirc$
 $S = (r+a)^2\pi - \pi r^2$
 $= (r^2+2ar+a^2)\pi - \pi r^2$
 $= \pi r^2 + 2\pi ar + \pi a^2 - \pi r^2$
 $= 2\pi ar + \pi a^2 \dots \textcircled{1}$
 $l = 2\left(r + \frac{a}{2}\right)\pi$
 $= 2\pi r + \pi a$
 $al = a(2\pi r + \pi a)$

$= 2\pi ar + \pi a^2 \dots \textcircled{2}$
 ①②より $S = al$

解説