1 微分係数

関数 $f(x)=x^3-3x$ の $x=2$ における微分係数を求めよ。

2 定義による導関数

定義に従って，次の関数の導関数を求めよ。

(1)　$f(x)=-2x+3$　　(2)　$f(x)=x^2-4x+1$

3 微分計算

次の関数を微分せよ。

(1)　$y=-\dfrac{x^2}{2}+3$　　(2)　$y=-x^2+x^3$　　(3)　$y=2(x+5)(x-1)$

(4)　$y=(x+1)(2x^2-x+1)$　　(5)　$y=(x+2)^3$

4 接線の方程式(1)

(1)　曲線 $y=x^3$ 上の点 $(2,\ 8)$ における接線の方程式を求めよ。

(2)　曲線 $y=-x^3+x$ に接し，傾きが -2 である直線の方程式を求めよ。

5 接線の方程式(2)

点 $(2,\ -2)$ から，曲線 $y=\dfrac{1}{3}x^3-x$ に引いた接線の方程式を求めよ。

6 法線の方程式

曲線 $y=\dfrac{2}{9}x^3-\dfrac{5}{3}x$ について，次のものを求めよ。

(1)　曲線上の点 $\left(2,\ -\dfrac{14}{9}\right)$ における法線の方程式

(2)　(1) で求めた法線と曲線の共有点のうち，点 $\left(2,\ -\dfrac{14}{9}\right)$ 以外の点の座標

7 共通接線

2 つの放物線 $y=-x^2$，$y=x^2-2x+5$ の共通接線の方程式を求めよ。

8 3次関数のグラフ

関数 $y=-x^3-3x^2+9x$ の極値を求め，グラフをかけ。

9 極値と関数の決定

関数$f(x)=x^3+ax^2+bx+1$が$x=-1$で極大となり，$x=1$で極小となるように定数a，bの値および極値を求めよ。

10 極値をもつための条件

(1)　関数 $f(x)=x^3+ax^2$ が極値をもつとき，定数 a の満たすべき条件を求めよ。

(2)　関数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3-3x^2+3kx$ が極大値と極小値をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

(3)　関数 $f(x)=x^3+ax^2+x+1$ が極値をもたないための必要十分条件を求めよ。ただし，a は定数とする。

11 つねに増加するための条件

関数$f(x)=x^3+ax^2+3x-1$がつねに増加するように，定数aの値の範囲を定めよ。

12 最大・最小

関数$y=x^3-6x^2+10$ $(-2\leqq x\leqq 3)$の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

13 文字係数の最大・最小

関数 $f(x)=x^3-3a^2x$ $(0\leqq x\leqq 1)$ の最大値と最小値，およびそのときの x の値を次の各場合について求めよ。ただし，a は定数とする。

(1)　$0\leqq a<1$　　(2)　$1\leqq a$

14 定義域が変化する場合の最大・最小

$a>0$ とする。関数 $f(x)=x^3-3x^2+2$ の $0\leqq x\leqq a$ における最大値，最小値を求めよ。

15 $f(x)=a$の実数解

方程式 $x^3-3x+a=0$ の異なる実数解の個数を求めよ。ただし，a は定数とする。

16 不等式の証明

$x\geqq 0$ のとき　$x^3+3x^2-9x+5\geqq 0$が成り立つことを証明せよ。