

## 第1問

[1]

$\alpha = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$  とする。 $\alpha$  の分母を有理化すると

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}} \quad \text{となる。}$$

2次方程式  $6x^2 - 7x + 1 = 0$  の解は  $x = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ ,

$\boxed{\text{キ}}$  である。

次の ①～③ の数のうち最も小さいものは  $\boxed{\text{ク}}$  である。

$$\textcircled{0} \quad \frac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

$$\textcircled{3} \quad \boxed{\text{キ}}$$

[2]

次の  ~  に当てはまるものを、下の ① ~ ③ のうちから一つずつ選べ。

ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。また、

に当てはまるものを、下の ④ ~ ⑦ のうちから一つ選べ。

自然数  $n$  に関する条件  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$  を次のように定める。

$p$ :  $n$  は 5 で割ると 1 余る数である

$q$ :  $n$  は 10 で割ると 1 余る数である

$r$ :  $n$  は奇数である

$s$ :  $n$  は 2 より大きい素数である

また、条件  $r$  の否定を  $\bar{r}$ , 条件  $s$  の否定を  $\bar{s}$  で表す。

このとき

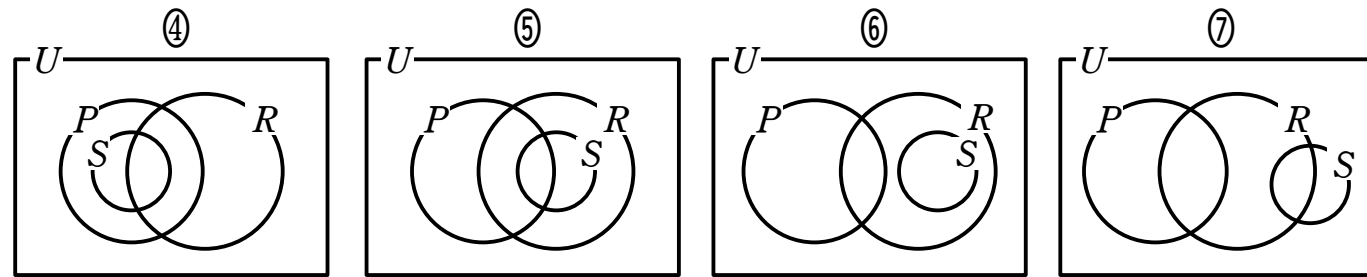
「 $p$ かつ $r$ 」は $q$ であるための 。

$\bar{r}$ は $\bar{s}$ であるための 。

「 $p$ かつ $s$ 」は「 $q$ かつ $s$ 」であるための 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件でない
- ③ 十分条件であるが、必要条件でない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

自然数全体の集合を全体集合  $U$  とし、条件  $p$  を満たす自然数全体の集合を  $P$ 、条件  $r$  を満たす自然数全体の集合を  $R$ 、条件  $s$  を満たす自然数全体の集合を  $S$  とすると、 $P$ 、 $R$ 、 $S$  の関係を表す図は エ である。



## 第2問

$a, b$  を実数とし,  $x$  の二つの2次関数

$$y = 3x^2 - 2x - 1 \dots\dots \textcircled{1},$$

$$y = x^2 + 2ax + b \dots\dots \textcircled{2}$$

のグラフをそれぞれ  $G_1, G_2$  とする。

以下では,  $G_2$  の頂点は  $G_1$  上にあるとする。

このとき  $b = \boxed{\text{ア}} a^2 + \boxed{\text{イ}} a - \boxed{\text{ウ}}$  であり,  $G_2$

の頂点の座標を  $a$  を用いて表すと

$(-a, \boxed{\text{エ}} a^2 + 2a - \boxed{\text{オ}})$  となる。

(1)  $G_2$  の頂点の  $y$  座標は,  $a = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$  のとき,

最小値  $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$  をとる。

$a = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$  のとき,  $G_2$  の軸は直線  $x = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$  であ

り,  $G_2$  と  $x$  軸との交点の  $x$  座標

は  $\frac{\boxed{\text{セ}} \pm \boxed{\text{ソ}} \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$  である。

(2)  $G_2$  が点  $(0, 5)$  を通るとき,  $a = \boxed{\text{ツ}}$ ,  $\frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$  で

ある。

$a = \boxed{\text{ツ}}$  のとき,  $G_2$  を  $x$  軸方向に  $\boxed{\text{ニ}}$ ,  $y$  軸方向にも同じく  $\boxed{\text{ニ}}$  だけ平行移動しても頂点は  $G_1$  上にある。ただし,  $\boxed{\text{ニ}}$  は  $0$  でない数とする。

## 第3問

$\triangle ABC$  を  $AB=3$ ,  $BC=4$ ,  $CA=5$  である直角三角形とする。

(1)  $\triangle ABC$  の内接円の中心を  $O$  とし、円  $O$  が 3 辺  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  と接する点をそれぞれ

$P$ ,  $Q$ ,  $R$  とする。このとき、 $OP=OR=$   である。

また、 $QR=$   $\frac{\text{イ} \sqrt{\text{ウ}}}{\text{エ}}$  であり、 $\sin \angle QPR$   
 $=$   $\frac{\text{オ} \sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}}$  である。

(2) 円  $O$  と線分  $AP$  との交点のうち  $P$  と異なる方を  $S$  とする。このとき、

$$AP = \sqrt{\boxed{\text{クケ}}} \text{ であり, } SP = \frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \text{ で}$$

ある。また、点  $S$  から辺  $BC$  へ垂線を下ろし、垂線と  $BC$  との交点を  $H$  とする。

$$\text{このとき } HP = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad SH = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \text{ である。し}$$

$$\text{たがって, } \tan \angle BCS = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \text{ である。}$$

(3) 円  $O$  上に点  $T$  を線分  $RT$  が円  $O$  の直径となるようにとる。

このとき、 $\tan \angle BCT = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$  である。

よって、 $\angle RSC = \boxed{\text{ニヌ}}^\circ$  であり、 $\angle PSC = \boxed{\text{ネノ}}^\circ$  である。



**第4問**

袋の中に赤玉5個、白玉5個、黒玉1個の合計11個の玉が入っている。赤玉と白玉にはそれぞれ1から5までの数字が一つずつ書かれており、黒玉には何も書かれていない。

なお、同じ色の玉には同じ数字は書かれていない。

この袋から同時に5個の玉を取り出す。5個の玉の取り出し方は **アイウ** 通りある。

取り出した5個の中に同じ数字の赤玉と白玉の組が2組あれば得点は2点、1組だけあれば得点は1点、1組もなければ得点は0点とする。

(1) 得点が0点となる取り出し方のうち、黒玉が含まれているのは **エオ** 通りであり、黒玉が含まれていないのは **カキ** 通りである。

得点が1点となる取り出し方のうち、黒玉が含まれているのは クケコ 通りであり、黒玉が含まれていないのは サシス 通りである。

(2) 得点が1点である確率は  $\frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$  であり, 2点であ

る確率は  $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$  である。

また, 得点の期待値は  $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$  である。