

1 2次関数のグラフ

次の2次関数のグラフをかけ。

- (1) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ (2) $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x$
 (3) $y = (x+2)(x-1)$ (4) $y = (2x+1)(x-2)$

2 2次関数の平行移動(1)

次の に適する値を求めよ。

- (1) 放物線 $y = x^2 + 2x + 4$ を、 x 軸方向に \uparrow , y 軸方向に \uparrow だけ平行移動すると、その頂点の座標は $(2, 1)$ となる。
 (2) 放物線 $y = x^2 - 3x + 2$ は、放物線 $y = x^2 + x + 1$ を x 軸方向に \uparrow , y 軸方向に \uparrow だけ平行移動したものである。

3 軸・原点との対称移動

放物線 $y = 3x^2 + x - 7$ を、次の直線または点について、それぞれ対称移動して得られる放物線の式を求めよ。

- (1) x 軸 (2) y 軸 (3) 原点

4 2次関数の平行移動(2)

x 軸方向に -2 , y 軸方向に 1 だけ平行移動すると、点 $(2, 8)$ を通り、頂点の座標が $(1, 7)$ となる放物線をグラフとする2次関数を求めよ。

5 条件つき最大・最小

$x \geq 0, y \geq 0, 2x + y = 8$ のとき、 xy の最大値と最小値、およびそのときの x, y の値を求めよ。

6 最大値・最小値が与えられた問題

関数 $y = ax^2 + 2ax + b$ ($-2 \leq x \leq 1$) の最大値が 5 , 最小値が -3 であるとき、定数 a, b の値を求めよ。ただし、 $a < 0$ とする。

7 おきかえを用いた最大・最小

関数 $y = (x^2 - 2x)^2 + 4(x^2 - 2x) + 1$ の最小値を求めよ。

8 グラフが動くときの最大・最小

2次関数 $y = x^2 - 2ax + 2a$ ($0 \leq x \leq 2$) の最小値を $m(a)$, 最大値を $M(a)$ とする。

- (1) 最小値 $m(a)$ を a で表せ。
 (2) 最大値 $M(a)$ を a で表せ。

9 定義域が変化するときの最大・最小

$a \leq x \leq a + 1$ における2次関数 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ の最大値を $M(a)$ とするとき、 $M(a)$ を求めよ。また $y = M(a)$ のグラフを書け。

10 2次関数の決定

グラフが次の条件を満たす2次関数を求めよ。

- (1) 直線 $x = 1$ を軸とし、2点 $(3, -1), (0, 2)$ を通る。
 (2) 3点 $(1, 12), (-1, 4), (-2, 9)$ を通る。

11 2次関数が x 軸を切り取る線分の長さ

2次関数 $y = x^2 - 8x + 12$ のグラフが x 軸から切り取る線分の長さを求めよ。

12 2次関数と x 軸との関係(判別式)

2次関数 $y = -x^2 + 3x + k$ のグラフが次の条件を満たすように、定数 k の値、または k の値の範囲を定めよ。また接するときは接点の座標を求めよ。

- (1) x 軸と接する。 (2) x 軸と共有点をもたない。

13 2次関数と直線との関係

放物線 $y = x^2 + 3x + 2$ について

- (1) 放物線と直線 $y = x + 5$ の共有点の座標を求めよ。
 (2) 放物線と直線 $y = x + k$ が接するとき、定数 k の値を求めよ。

14 2次方程式の重解

2次方程式 $x^2 - (k-2)x + 9 = 0$ が重解をもつとき、定数 k の値を求めよ。また、1そのときの重解を求めよ。

15 2次方程式の解の判別

次の条件を満たすように、定数 m の値の範囲を定めよ。

- (1) 2次方程式 $x^2 + mx + m = 0$ が異なる2つの実数の解をもつ。
 (2) 2次方程式 $x^2 + (m-1)x + 2m - 1 = 0$ が実数の解をもたない。
 (3) 2次方程式 $x^2 - mx - m + 8 = 0$ が実数の解をもつ。

16 2次不等式

次の2次不等式を解け。

- (1) $x^2 - 2x - 24 < 0$ (2) $2x^2 \geq 7x - 3$ (3) $-2x^2 - 3x + 3 \geq 0$
 (4) $-3x^2 < 10 - 6x$ (5) $x^2 < 8(x-3)$ (6) $2(x^2 + 2) \leq x(x-4)$

17 絶対不等式

次の2次不等式が常に成り立つような定数 m の値の範囲を求めよ。

- (1) $x^2 + (m+1)x + m^2 - 1 > 0$ (2) $(m-2)x^2 - (m-2)x + m + 1 < 0$

18 絶対値を含む2次関数のグラフ

- (1) $|x^2 - 2x|$ の絶対値記号をはずせ。
 (2) 関数 $y = |x^2 - 2x|$ のグラフをかけ。

19 3つの条件を用いる問題

2次関数 $y = x^2 + 2(a+3)x + 3 - a$ のグラフが x 軸の負の部分と異なる2点で交わるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

20 共通解

x についての2次方程式 $x^2 + 2x + k = 0, x^2 + 4x + 3k = 0$ が共通解をもつとき、定数 k の値と共通解を求めよ。

21 文字係数を含んだ2次方程式

x についての方程式 $ax^2 + (1-a^2)x - a = 0$ を解け。

22 場合分けが必要な2次不等式

2次不等式 $x^2 - 3ax + 2a^2 > 0$ を解け。ただし、 a は定数とする。

23 2次不等式の整数解

2次不等式 $x^2 - (a+2)x + 2a < 0$ を満たす整数 x がただ1個だけ存在するように定数 a の値の範囲を定めよ。

24 ある区間において成り立つ2次不等式

$1 \leq x \leq 2$ において、2次不等式 $x^2 - 2kx + 3 > 0$ が成り立つとき、定数 k の値の範囲を求めよ。

25 2次方程式 → 2次関数のグラフを用いて考える問題

2次方程式 $x^2 - 2kx - k + 2 = 0$ が、次のような異なる2つの実数解をもつとき、定数 k の値の範囲を定めよ。

- (1) 正の解と負の解。
 (2) 2つの解がともに4より小さい。